

Grau en Enginyeria Física

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA — BARCELONATECH

Mètodes Matemàtics 2

Carles Batlle i Jaume Franch — MA4

L'objectiu de l'assignatura és que s'adquireixin els coneixements teòrics i les tècniques associades a mètodes matemàtics propis de la física, com ara el càlcul de variacions, les funcions de variable complexa, els espais de funcions, l'anàlisi de Fourier, els operadors diferencials lineals, les funcions de Green i el mètode de separació de variables, entre d'altres.

1 Temari

Tema 1: Càlcul de variacions (5 h)

- Funcionals i derivades funcionals. Funcionals ultra-locales.
- Les equacions d'Euler-Lagrange. Mecànica clàssica.

Tema 2: Funcions de variable complexa (14 h)

- El pla complex. Funcions holomorfes. Equacions de Cauchy-Riemann.
- Integració sobre camins. Teorema de Cauchy. Fórmules integrals de Cauchy.
- Sèries de Taylor i de Laurent. Classificació de singularitats. Càlcul de residus.
- Teorema dels residus. Aplicació al càlcul d'integrals impròpies.

Tema 3: Espais de funcions, sèries de Fourier i transformada de Fourier (18 h)

- Espais de Banach i espais de Hilbert. Espais L_p . Espai L_2 .
- Famílies de funcions ortogonals. Sèries de Fourier. Sistema exponencial i sistema trigonomètric.
- Teoremes de convergència: Bessel, Parseval, Dirichlet.
- Transformada de Fourier. Transformada directa i transformada inversa. Teorema de Plancherel. Teorema de convolució.

Tema 4: Operadors diferencials lineals i funcions de Green (15 h)

- Operadors diferencials lineals
- Operador adjunt. Operadors hermítics i autoadjunts.
- Espectre dels operadors autoadjunts.
- Funcions de Green. Problemes de valors inicials. Resposta impulsiva.
- Propietats de les funcions de Green. Simetria, condicions de frontera no homogènies i expansió en funcions pròpies. Causalitat i analicitat.

Tema 5: Equacions en derivades parcials (11 h)

- Classificació de les EDPs de segon ordre. Condicions inicials i de frontera.
- El mètode de les característiques per a EDP de primer ordre i per a EDP hiperbòliques.
- L'equació d'ones. Solució d'Alembert, funció de Green causal i separació de variables.
- L'equació de la calor. El nucli de la calor i el mètode de les imatges.
- Teoria del potencial. Unicitat de solucions, separació de variables, funcions pròpies i funcions de Green. Potencial electrostàtic.

2 Mètode d'avaluació

L'avaluació es basarà fonamentalment en proves escrites presencials de solució de problemes, però es tindrà en compte també el treball fora de l'aula. La qualificació s'obtindrà de

$$\max\{\text{PF}, 65\% \text{ PF} + 25\% \text{ PP} + 10\% \text{ PNP}\}$$

on

- PF: prova final escrita de tots els continguts.
- PP: prova parcial dels primers temes.
- PNP: proves no presencials.

Les proves escrites presencials seran sense llibres ni apunts. Les normes de realització de les proves no presencials s'establiran al començament del curs.

3 Bibliografia recomanada

- Stone, M., i Goldbart, P., *Mathematics for Physics*, Cambridge University Press, 2009. ISBN 978-0521854030.
- Tang, K.-T., *Mathematical Methods for Engineers and Scientists 3: Fourier Analysis, Partial Differential Equations and Variational Methods*, Springer, 2007. ISBN 978-0521854030.
- Beck, M., Marchesi, G., Pixton, D., i Sabalka, L., *A First Course in Complex Analysis, Version 1.4*, els autors, 2002-2012, <http://math.sfsu.edu/beck/complex.html>.